Capítulo 8

El conocimiento matemático. Crítica de la lógica formal y del análisis matemático

8.1 La especificidad de la determinación cuantitativa

En el capítulo anterior pusimos en evidencia que, bajo su forma más simple, como materia, lo concreto se encuentra determinado como una existencia actual que es en sí misma una existencia en potencia. Por lo tanto, la existencia actual realiza la necesidad que la determina como tal trascendiendo de sí en la realización de su potencia. Esto es, se afirma en su condición de existencia actual al negarse a sí misma como tal mediante la realización de su potencia, trascendiendo así en una nueva existencia actual. Decíamos luego que «al ser afirmación de la forma simple mediante su negación como tal, la determinación realizada es la regeneración real de la necesidad de afirmarse mediante la propia negación. Y como tal se despliega en el desarrollo de las formas cada vez más concretas de nuestro objeto real. Cada una de estas formas concretas (que es tal por existir actualmente como necesidad realizada) es, precisamente por ello, una forma abstracta (que es tal por existir actualmente como necesidad a realizar, como potencia). Así, la determinación se despliega en la transformación de una forma existente, al negarse en su actualidad en tanto abstracta por afirmarse como necesidad realizada; y, a su vez, esta nueva forma concreta tiene su existencia actual negándose a sí misma como tal concreta, en su afirmación como necesidad a realizar. Cuando una forma se afirma simplemente mediante su propia negación, su necesidad alcanza su término, adquiriendo una forma más desarrollada tanto como potencia ya realizada cuanto como potencia actual. La forma determinada por la necesidad original trasciende así su cualidad, realiza su determinación *cualitativa*. La necesidad que determina a la nueva forma como una potencia ha surgido pura y exclusivamente de la primitiva; de donde, esta nueva necesidad no es sino forma realizada de la primitiva y, por tanto, ésta misma. Sin embargo, negación de la negación, esta potencia es inexistente para la forma primitiva en su abstracta condición de tal: recién es una potencia propia de sus formas concretas. ¿Tenemos acaso mejor camino para conocer acabadamente la potencialidad cualitativa de una forma dada, que no sea el de reproducir mediante nuestro pensamiento la necesidad real que ha venido a tomar tal forma en su desarrollo, siguiendo idealmente este desarrollo?».

De este modo, habíamos puesto en evidencia la forma específica del conocimiento dialéctico, o sea, de la reproducción de lo concreto mediante el pensamiento. Y habíamos contrapuesto esta reproducción ideal de lo concreto con la representación lógica del mismo. Esta no se desarrolla siguiendo idealmente el despliegue de la necesidad real sino siguiendo una necesidad ideal de naturaleza constructiva, una lógica. Por lo tanto, esta construcción tiene por condición partir de concebir a cada forma que va a ser puesta en relación como si se encontrara vacía de toda necesidad de trascender de sí misma. En caso de no hacerlo, el movimiento de la necesidad constructiva chocaría constantemente con el movimiento de la necesidad real. De modo que la lógica utilizada para representar la determinación cualitativa debe partir de concebir a ésta como una abstracta afirmación inmediata. Y esta concepción permanece inalterada por mucho que se represente a cada concreto como una unidad de contrarios: cada uno de estos contrarios no puede pasar de ser una abstracta afirmación inmediata en sí mismo.

En nuestro proceso de reproducción ideal de lo concreto hemos acompañado ya el despliegue de la realización de la necesidad en su afirmarse mediante su propia negación. La hemos visto así tomar la forma concreta de necesidad simple, de posibilidad y de posibilidad mediada en su realización por la posibilidad misma. Sin embargo, no nos hemos detenido a enfrentar a la determinación, a la necesidad, en tanto forma concreta cualitativamente determinada ella misma. Como tal, es la primera que se encuentra sometida al afirmarse mediante la propia negación. Se afirma así como la determinación que es la negación de la determinación misma, como un término que no es, en sí mismo, término alguno. Por lo tanto, al afirmarse mediante su propia negación, la determinación se desarrolla en el afirmarse mediante la negación de la propia negación. Bajo esta forma concreta de su determinación, cualquier forma cualitativamente determinada no hace sino seguir afirmándose como simplemente tal, manteniéndose idéntica a sí misma; ha desarrollado *magnitud*. Al tomar la forma concreta en cuestión, la determinación cualitativa deviene determinación *cuantitativa*.

Pese a que dentro de su magnitud toda forma cualitativa permanece inmutable, la determinación cuantitativa misma tiene aún la necesidad de trascender de sí. La simple negación de la diferencia se transforma ahora en una diferencia que es en sí misma indiferencia. La forma cualitativamente determinada encuentra así un término dentro de su magnitud. Con todo, al alcanzar este término se mantiene en su identidad, diferenciándose en un más o un menos de su magnitud. La determinación cuantitativa ha desarrollado su forma concreta de *unidad de la continuidad y la discontinuidad*, o sea, de *cantidad*.

La determinación cuantitativa es, ante todo, el afirmarse de una forma cualitativamente determinada mediante la negación de su propia negación. Tal es la determinación cualitativa de la cantidad misma; o sea, la forma más simple de afirmarse la forma cualitativa implicada, en la *intensividad* de su cantidad. Como no puede ser de otro modo, esta determinación se afirma mediante su propia negación. Por supuesto, al ser la forma concreta de la diferencia convertida en indiferencia, su afirmación no puede ir más allá de ser el afirmarse mediante la negación de la propia negación del afirmarse mediante la negación de la propia negación mismo. La determinación cuantitativa se desarrolla así en la repetición de la misma forma cualitativamente determinada que, tan sólo en esta repetición, se afirma como una otra; esta es la *extensividad* de la cantidad de dicha forma. La determinación se presenta ahora como la pura potencia de repetirse indefinidamente a sí mismo, como el progreso puramente cuantitativo al infinito. Se presenta, pues, como el pleno desarrollo del afirmarse de la unidad de la continuidad y la discontinuidad. Considerada como tal, la determinación aparece no llevando en sí la necesidad de su propio término. De donde, el afirmarse mediante la propia negación no tiene modo de realizarse a esta altura de su desarrollo, como no sea a través de la superación misma de la diferencia convertida en indiferencia, como el término de la magnitud misma. Esto es, la determinación toma cuerpo en el *cuanto* de la magnitud de la forma cualitativamente determinada, al afirmarse ésta mediante su propia negación. Por medio de este afirmarse, la determinación ha alcanzado su forma más concreta en tanto tal. Hasta aquí, hemos apropiado su necesidad al reproducirla con nuestro pensamiento. De aquí en más, podemos continuar desplegando esta reproducción, siguiendo el desarrollo de la determinación bajo las formas concretas específicas que atañen a nuestra acción.

8.2 La especificidad del conocimiento de la determinación cuantitativa, o sea, de la matemática

El conocimiento dialéctico ha puesto en evidencia la especificidad de la determinación cuantitativa sin dejar en momento alguno de acompañar idealmente el desarrollo de la necesidad de lo concreto. Sin embargo, por más lejos que podamos acompañar este desarrollo, nunca llegaremos simplemente a través de él a aprehender el cuanto mismo de la magnitud de las formas concretas (sea como potencia realizada o a realizar) cuya necesidad estamos por lo demás conociendo plenamente. Ocurre que la necesidad general del afirmarse mediante la propia negación se realiza aquí bajo su forma específica de desarrollo de la diferencia convertida en indiferencia. De modo que todas las formas en que va tomando cuerpo este desarrollo aparecen simplemente como necesidades ya realizadas.

Tenemos así relaciones que descubrir, pero sus formas concretas son incapaces de mostrar por sí mismas alguna transición de sí a ser reproducida por nuestro pensamiento. Por lo tanto, sólo podemos descubrir dichas transiciones recurriendo a un procedimiento guiado por una necesidad completamente exterior a la que realmente les es inherente. Nuestro proceso de conocimiento tiene que darse a sí mismo la necesidad de su curso; esto es, una necesidad puramente constructiva. Es sólo aquí que la *lógica* cabe en el método dialéctico, como la necesidad constructiva que representa las formas generales tomadas por el afirmarse mediante la negación de la propia negación en su despliegue. Cada vez que la *reproducción* ideal de la necesidad real debe aprehender a ésta en su cuanto mismo, o sea, debe especificarse como *conocimiento matemático*, necesariamente toma la forma de una *representación* ideal de la realidad. La naturaleza misma del objeto de esta representación, donde el contenido aparece en su forma a través de la negación de su propia negación, supera cualquier restricción a la validez de las relaciones lógicamente representadas.

Realizamos este tránsito formal en nuestro proceso de conocimiento, poniendo el comienzo de la matemática en sus propios términos específicos. Estamos *formulando* los principios lógicos del conocimiento matemático. Representamos así a la determinación de magnitud como el sujeto mismo de la afirmación mediante la negación de la propia negación que se encuentra puesto por sí mismo en tanto forma abstracta (M). Ninguna necesidad tiene cabida aquí como una potencialidad actual de la forma abstracta. La determinación cualitativa sólo puede ser representada como una potencialidad ya realizada cuya necesidad se manifiesta de manera íntegra en la necesaria coexistencia $(\wedge)$ de la abstracta afirmación inmediata de la forma abstracta y de su abstracta negación inmediata. Esto es:

$$(M \wedge \neg M)$$

Representamos entonces a la afirmación mediante la propia negación de esta forma más simple de la determinación, o sea, a la forma más simple de la afirmación mediante la negación de la propia negación, a la determinación de magnitud, como la abstracta negación inmediata:

$$\neg(M \wedge \neg M)$$

La diferencia determinada como indiferencia se encuentra reducida aquí al simple trascender la determinación de magnitud su propio término, sólo para afirmarse como idéntica a sí misma:

$$M \equiv M$$

Al aparecer esta forma abstracta con la necesidad que la determina como tal puesta fuera de ella misma, aparece de inmediato junto con su necesidad misma como realizada. De donde, la presencia de la determinación de magnitud importa aquí la presencia inmediata $(\supset)$ de su forma concreta –la determinación del cuanto (Q)– como ya realizada:

$$M \supset Q$$

La necesidad de la determinación cuantitativa misma se encuentra consecuentemente representada mediante el inevitable agotamiento de toda necesidad en juego en el cúmulo de la forma concreta y su negación:

$$Q \vee \neg Q$$

En contraste con el desarrollo realizado aquí, la lógica formal parte de representar a la determinación en general como si fuera por naturaleza una abstracta afirmación inmediata. La lógica formal aparece, así, como el punto de partida mismo del conocimiento científico. Debe pues empezar por ponerse a sí misma, enunciando sus propios principios. Al tener que dar cuenta por sí mismos de su necesidad, estos principios no pueden exhibir más fundamento que el ser puestos como verdades autoevidentes. Luego, como esta concepción toma a la apariencia específica de la determinación cuantitativa por la verdadera esencia de la determinación en general, no encuentra razón para definir un comienzo específico para la representación matemática. De modo que toma a los principios lógicos apenas como unas relaciones simples vacías de especificidad alguna, por medio de los cuales se concibe axiomáticamente a la determinación en general.

Nos enfrentamos ahora a la forma que toma el curso del conocimiento matemático una vez que se ha representado la cualidad específica de la determinación cuantitativa mediante los principios lógicos. El desarrollo de las relaciones cuantitativas excluye la metamorfosis de las formas abstractas afectadas. Por lo tanto, su representación no puede arribar a forma alguna que no estuviera ya representada en su plenitud actual en las premisas de este desarrollo. Esto es, la representación matemática sólo se las tiene que ver con tautologías. El problema específico de la matemática reside en que, por muy tautológicas que sean, las relaciones en cuestión no resultan inmediatamente visibles en las premisas de la representación. La cuestión es *demostrarlas*, o sea, deducirlas a partir de los principios lógicos.

Dejamos atrás los principios lógicos, representando a la determinación cualitativa de la cantidad de la magnitud (M) de una forma cualitativamente determinada, en su realización como el cuanto (Q) de esa cantidad. Representamos así a la continuidad afirmándose sobre la discontinuidad. Cuando la forma cualitativamente determinada es ella misma una determinación cuantitativa, tenemos:

$$M^{n+1}\, M^n \supset Q^{n+1}\, M^n$$

y en su forma general, respecto de cualquier forma cualitativamente determinada (x):

$$Mx \supset Qx$$

Proseguimos con la representación de esta determinación realizada de la intensividad del cuanto, según la determina el modo en que la necesidad como tal se realiza en diferentes especies ($a, b, \ldots, z$):

$$M\,x \supset Q^a\,x, M x \supset Q^b\,x, \ldots, M x \supset Q^z\,x$$

De donde, los cuantos determinados pueden mostrar la necesidad completa de su determinación cualitativa, sólo en su necesaria coexistencia ($\wedge$):

$$Q^a\,x \wedge Q^b\,x \wedge \ldots \wedge Q^z\,x$$

La determinación cualitativa de la cantidad al igual que su forma concreta de cuantos tienen ahora su necesidad puesta de una manera completamente exterior respecto de ellos mismos. En esta exterioridad, la necesidad de la concurrencia de los cuantos se degrada a una abstracta accidentalidad aparente. Esta concurrencia se desarrolla entonces como una mera acumulación ($\vee$) de cuantos, que no conserva ya en sí la necesidad de su propio término:

$$Q^a\,x \vee Q^b\,x \vee \ldots$$

La intensividad de la cantidad define el campo de la lógica y, por lo tanto, el de la matemática, como el del afirmarse mediante la negación de la propia negación (*anpn*) que toma forma en una afirmación de igual naturaleza, apareciendo de inmediato esta relación con su necesidad realizada en otra afirmación similar: una *anpn* corporizada en la relación $anpn \supset anpn$.

El simple afirmarse mediante la propia negación (*apn*) no tiene como entrar en el terreno matemático. Sin embargo este simple afirmarse tiene manifestaciones específicas que también aparecen como el afirmarse de una forma abstracta junto con su necesidad como ya realizada, la concurrencia de formas concretas y su acumulación. Por caso, un $anpn \supset apn$ que es en sí mismo un *apn*, un $apn \supset anpn$ que es en sí mismo un *anpn* y un $apn \supset apn$ que es en sí mismo un *anpn*, aunque no cabe desarrollar aquí las necesidades específicas que se presentan en estas formas. Pero ninguna de estas expresiones aparentes, ni sus relaciones, pueden satisfacer la necesidad tautológica inherente a las relaciones concretas con que completamos la representación de la intensividad del cuanto.

De manera opuesta, la lógica formal concibe a las formas específicamente propias de la representación de la intensividad del cuanto como los modos concretos de representar la determinación cualitativa en general bajo la forma de una abstracta afirmación inmediata. Queda definida por ello como lógica *proposicional*. La lógica se ve privada así de su especificidad. En consecuencia, su relación más simple, $Mx \supset Qx$, no aparece como tal. Aparece como un abstracto $Fx \supset Gx$ al lado de las formas concretas derivadas de ella, apenas como si fuera otra más. Debido al carácter tautológico de las relaciones involucradas, hasta las relaciones producidas como meros artilugios del proceso constructivo pueden ser presentadas como el punto de partida de este. El proceso de representar idealmente la determinación cualitativa real de la cantidad resulta presentado así invertido como el de formular un sistema lógico con un mínimo de relaciones elementales que corresponden a relaciones de *verdad* tautológica.

Representamos ahora la determinación de la cantidad como extensividad. De modo que debemos desarrollar a la discontinuidad afirmándose en la continuidad. Representamos este afirmarse en tanto simplemente tal, como absoluta continuidad actual que lleva en sí misma la necesidad de la discontinuidad, como *universalidad*. La universalidad misma se nos presenta pues como la necesaria unidad de la totalidad de los *unos* potenciales:

$$(\forall x)Mx$$

La discontinuidad potencial se realiza de inmediato en el afirmarse de la discontinuidad actual que conserva en sí (esto es, en lo que la discontinuidad actual permanece determinada como continuidad) la capacidad de la discontinuidad, o sea, como *particularidad*. La particularidad es así la realización inmediata de los *unos*:

$$(\exists x)Mx$$

Cuando este afirmarse agota su capacidad, se transforma en pura discontinuidad realizada que, como tal, es irreductible continuidad en sí misma, o sea, *individualidad*. La individualidad es el puro *uno* ya realizado:

$$(\iota x)Mx$$

Sobre esta base, deducimos luego las relaciones en que la extensividad del cuanto toma sus formas concretas.

En contraste, la lógica formal sigue arrastrando las consecuencias de haber partido de reducir toda determinación a una abstracta afirmación inmediata. En base a esta apariencia, la determinación cualitativa ha quedado representada como si a ella le correspondiera genéricamente la forma concreta que es específica de la determinación cuantitativa. Con lo cual, la lógica formal recién puede descubrir alguna especificidad en la determinación cuantitativa cuando ésta desarrolla formas concretas que difieren de las correspondientes a su cualidad como intensividad. Aun así, la lógica formal no puede ver a esta especificidad emergiendo de la cualidad de la extensividad de la cantidad como tal. Por el contrario, sólo puede reconocer a la extensividad al enfrentarla desplegada como una determinación ya realizada: en esta exterioridad no aparenta encerrar más cualidad que la del simple cúmulo de *unos* en distintos grados. La lógica formal descubre así por primera vez que tiene a la determinación cuantitativa por objeto específico, cuando tiene que representarla como la relación exterior entre universalidad, particularidad e individualidad. Toma por lo tanto al objeto genérico de la lógica, la determinación cuantitativa, como propio tan sólo de una parte suya, llamada correspondientemente, lógica *cuantificacional*. Al pasar por alto la cualidad específica de la extensividad, la lógica formal no tiene como proceder desplegando directamente las formas concretas de esa extensividad. Debe seguir un camino más bien inverso. Empieza por desplegar toda relación formalmente posible. Recién después selecciona, de entre esta masa incualificada, las propias de la extensividad, al descartar el resto de acuerdo con ciertas reglas que representan a estas relaciones ajenas a la determinación cuantitativa como meras violaciones a la sintaxis constructiva. De esta inversión, la lógica formal concluye que las leyes que representan a la extensividad de la cantidad no son ya tautológicas (como lo son) sino meramente *válidas*.

Es tiempo ya de representar a la determinación de la cantidad en su realización como cuanto, uniendo su doble necesidad como intensividad y extensividad. Debemos pues deducir las relaciones tautológicas que representan a la determinación cuantitativa como la unidad concreta de la continuidad y la discontinuidad. Como tales, estas relaciones siguen conservando dentro de sí la mutua exterioridad de las relaciones en que toman forma el afirmarse de la continuidad en la discontinuidad y el afirmarse de la discontinuidad en la continuidad. Por caso, representamos ahora a la manifestación de toda necesidad simplemente cualitativa como realizada en la determinación de cantidad, mientras la discontinuidad se encuentra como pura potencia, como

$$(\forall x)(Mx \supset Qx) \wedge (\forall x)(Nx \supset \neg Qx) \supset (\forall x)(Mx \supset \neg Nx)$$

con la realización de esa potencia como

$$(\forall x)(Mx \supset Qx) \wedge (\exists x)(Nx \wedge \neg Qx) \supset (\exists x)(Mx \wedge \neg Nx)$$

La lógica formal concibe principalmente al desarrollo de esta unidad exterior entre la intensividad y la extensividad de la cantidad como las diferentes formas del *silogismo categórico*. Aquí, la lógica formal realmente se empecina en hacer gala de su falta de una necesidad cualitativa que guíe sus pasos. Pero no se trata de un accidente sino que tiene buenas razones para hacerlo. Consideremos la relación[1]

$$(P \supset M) \wedge (M \supset S) \supset (S \supset P)$$

1. Como es obvio, aquí M corresponde al término medio del silogismo y no a la determinación de magnitud. Al mismo tiempo, se ha reemplazado la estructura de tres niveles con que comúnmente se presenta al silogismo por las de la simbología correspondiente a las formas con que se presenta la afirmación mediante la negación de la propia negación. Esto es, la presencia inmediata de la forma concreta como realizada cuando se afirma la forma puramente abstracta ($\supset$) y la necesaria coexistencia ($\wedge$) de las formas concretas que corresponde a esa realización. Lejos de alterar el contenido y la unidad tautológica de las relaciones en juego, esta forma de presentación los pone de manifiesto de manera inmediata.

Más allá de su mera apariencia formal, esta relación es completamente ajena aun a la coherencia lógica del silogismo. Sin embargo, en vez de dejarla de lado inmediatamente, la lógica formal insiste en presentarla como una, más bien la modernamente más genuina (cuarta figura), de las formas generales del silogismo. Es aquí donde el puro formalismo aparente que despliega la masa de combinaciones vacías de toda significación lógica se transforma, de mera debilidad, en la excusa para tan ilógica pretensión. La relación

$$(\exists x)(Mx \wedge Qx) \wedge (\forall x)(Qx \supset Qy) \supset (\exists x)(Mx \wedge Qy)$$

corresponde realmente a la determinación cualitativa de la intensividad del cuanto de una forma concreta (y) por el cuanto de su forma abstracta (x), cuando la discontinuidad ya se encuentra realizada para ésta. Pero, vaciada de especificidad al presentarla formalmente como

$$(\exists x)(Fx \wedge Gx) \wedge (\forall x)(Gx \supset Hy) \supset (\exists x)(Fx \wedge Hy)$$

ella es indistinguible, desde un punto de vista puramente formal basado en la validez, de la lógicamente carente de significado

$$(\exists x)(Fx \wedge Gx) \wedge (\forall x)(Gx \supset Hy) \supset (\exists x)(Hy \wedge Fx)$$

Al amparo del fárrago formal, esta similitud aparente puede hacerse pasar por

$$(P \wedge M) \wedge (M \supset S) \supset (P \wedge S)$$

$$(P \wedge M) \wedge (M \supset S) \supset (S \wedge P)$$

Y, como la diferencia entre universalidad y particularidad se omite respecto de estas expresiones, la forma espuria puede ser finalmente legitimada en apariencia. La lógica formal no puede simplemente evitar caer en esta representación lógicamente invertida (en los términos de la lógica formal misma) de la determinación de un género por su propia especie como un resultado inequívoco de la coherencia lógica. *Ocurre que esta inversión es el sostén de toda la moderna teoría científica, que representa a las formas abstractas por las relaciones de medida de sus formas concretas*.

8.3 El cuanto, de la clase al número

Una vez representadas las formas concretas de la determinación del cuanto, podemos avanzar en el desarrollo lógico de las formas concretas del cuanto mismo. En consecuencia, debemos representar al cuanto llevando en sí su propia determinación como puramente tal. La determinación intensiva de la cantidad aparece así como el atributo del cuanto individual, mientras que la correspondiente determinación extensiva lo hace como el conjunto de los individuos que poseen tal atributo. Representamos, pues, al cuanto como *clase*:

$$\iota y \varepsilon \{x\} Qx$$

o, simplemente:

$$x \varepsilon Q^A$$

Al ser la particularidad discontinuidad realizada a la par que discontinuidad en potencia, su expresión involucra necesariamente a dos clases: una que representa a la universalidad en tanto pura discontinuidad en potencia y otra que representa a la particularidad en lo que ésta conserva de tal discontinuidad en potencia. De donde la particularidad queda representada por la inclusión de una clase en otra clase:

$$(\mathrm{x})(\mathrm{x}\varepsilon Q^A \in \mathrm{x}\varepsilon\, Q^B)$$

La unidad inmediata entre la universalidad y la individualidad al interior de cada clase hace que la identidad de la necesidad se convierta en igualdad. La necesidad de la afirmación mediada por la negación de la propia negación, en tanto afirmación de la unidad de la continuidad y la discontinuidad, queda representada por:

$$Q^A = Q^A$$

La necesidad del sujeto presente en la determinación de cantidad sigue estando representada por la relación entre dos contrarios mutuamente excluyentes; esto es, entre: Q^A y $\neg Q^A$ Pero esta relación sólo cabe aquí como determinación de la clase en que necesariamente coexisten la determinación del cuanto y la abstracta negación de esta determinación. Es decir, como determinación de una clase, esta relación es la determinación de un cuanto que, por ella misma, no es ningún cuanto. Por lo tanto, es la unidad inmediata entre la universalidad y la individualidad intensivamente determinada que, por su propia determinación intensiva, se encuentra vacía de extensividad; una clase vacía:

$$(Q^A \cap \neg Q^A) = Q^\wedge$$

A su vez, la representación de toda necesidad desplegada en la determinación del cuanto como realizada, corresponde a la clase cuya determinación intensiva es la universalidad misma de toda necesidad y cuya extensividad se encuentra determinada por el cúmulo de la necesidad de la determinación del cuanto y de su abstracto opuesto. Se trata, pues, de una clase universal:

$$(Q^A \cup \neg Q^A) = Q^\vee$$

Las clases $Q^{\wedge}$ y $Q^{\vee}$ son, entonces, la abstracta negación una de otra:

$$Q^{\wedge} = \neg Q^{\vee}$$

y

$$\neg Q^{\wedge} = Q^{\vee}$$

Al ser en sí misma la expresión plena de la determinación del cuanto, la clase no es sólo la unidad de la intensividad y la extensividad, sino la unidad al interior de la extensividad misma: la continuidad actual que es discontinuidad potencial (la universalidad) aparece como tal en la clase a través de la realización de esta potencialidad hasta devenir plena continuidad (la individualidad). La intensividad está así representada como la individualidad cuya simple determinación cualitativa es ser una cantidad, o sea, como *unidad*. La extensividad está representada como la *multiplicidad* de la unidad.

Seguimos adelante, representando al cuanto (y) como la relación de la unidad (x) consigo misma que potencialmente se desarrolla en el grado de la multiplicidad (z):

$$y = x^z$$

Al ser un grado, la extensividad se muestra de inmediato como una determinación cualitativa ella misma. La realización de esta potencia es su transformación en la pura multiplicidad de la unidad,

$$y' = z\, x^{z-1}$$

hasta agotar el grado,

$$y^{(z-1)^0} = z!x \quad †$$

†. Consideremos brevemente a la negación de esta potencia de la multiplicidad. No como ya efectuada, $\int y' = x^z$ sino como potencia que se niega en su realización misma. Esta negación no tiene otro modo de tomar forma que en el ser cada momento de la relación la negación de sí misma y, por lo tanto, una relación y el otro. La unidad se convierte en la relación de su negación por ser una multiplicidad, con la unidad misma; la multiplicidad se convierte en la relación de su negación por ser la unidad, con la multiplicidad misma:

$$y = \left(\frac{x+1}{x}\right)^{xz}$$

El grado muestra aquí que se niega a sí mismo como tal cualidad, al ser impotente para realizarse como simple multiplicidad:

$$y' = \left(\frac{x+1}{x}\right)^{xz}$$

La pura extensividad se ha realizado como un momento en la determinación de la intensividad, y por lo tanto, como un momento de la unidad misma. Pero, al hacerlo, ha transformado a la unidad misma en una multiplicidad. Hemos llegado a la determinación del cuanto como la identidad de la unidad y la multiplicidad. Representamos entonces a la multiplicidad ($z!$) como la pura multiplicidad (v) que tiene su término ($v > 1$) en la pura unidad (1):

$$z! = \frac{v}{v-1}$$

Representamos a la unidad (x) como la pura unidad que tiene su término ($w < 1$) en la pura multiplicidad (w):

$$x = \frac{1}{1-w}$$

Representamos ahora al cuanto (una nueva y) como la relación de recíproca unidad y multiplicidad, de estas dos formas concretas en la cual cada una de ellas es, en sí misma, la otra:

$$y = \frac{v}{v-1} \cdot \frac{1}{1-w}$$

En sí, la pura multiplicidad que se relaciona consigo misma por tener en sí su término como pura unidad, tiene por forma realizada a la acumulación de la depotenciación de la multiplicidad. A la inversa, la pura unidad que se relaciona consigo misma por tener en sí su término como pura multiplicidad, tiene por forma realizada a la acumulación de la potenciación de la multiplicidad. Como tales simples acumulaciones, ambas relaciones aparecen ahora vaciadas de su propia necesidad. Sin embargo, ésta no es sino la cualidad de ser un término. Por lo tanto, en sus formas realizadas, ambas relaciones aparecen faltas de la necesidad de su propio término:

$$\frac{v}{v-1} = v^0 + v^{-1} + v^{-2} + \ldots + v^{-n} + \ldots$$

$$\frac{1}{1-w} = w^0 + w^1 + w^2 + \ldots + w^n + \ldots$$

En consecuencia, otro tanto ocurre con el cuanto mismo:

$$y = (v^0 + v^{-1} + v^{-2} + \ldots + v^{-n} + \ldots) \cdot (w^0 + w^1 + w^2 + \ldots + w^n + \ldots)$$

Como esta identidad entre la unidad y la multiplicidad que tiene la necesidad de su propio término puesto fuera de sí misma, representamos al cuanto como *monto*.[2]

2. Consideremos otra vez el cuanto específico

Luego, la identidad entre la unidad y la multiplicidad se manifiesta de un modo correspondientemente exterior:

$$x = \frac{y}{z}$$

Cuando x es la unidad, z es la multiplicidad de estas unidades que se necesitan para determinar al monto y; cuando x es la multiplicidad, z es la unidad requerida en esta multiplicidad para determinar al monto y. Hasta aquí, cada momento de la relación entre la unidad y la multiplicidad tenía su determinación como tal en, y sólo en, la integridad de esta relación. La indiferencia recíproca que han alcanzado ahora, los transforma, de momentos, en los elementos que componen la relación. Reflejamos este cambio cualitativo, expresando la relación $x = \frac{y}{z}$ como:

$$a = \frac{c}{b}$$

Tomado por sí, el término de esta identidad entre la unidad y la multiplicidad que ha alcanzado una exterioridad absoluta, y que como tal monto no tiene en sí la necesidad de su propio término, es el *número*.

Por mucho que el número sea la representación de la cualidad del cuanto, tomado por sí manifiesta su propia cualidad como determinada sólo en la relación inmediata cuya realización es y, por lo tanto, de un modo completamente exterior a sí mismo. Bajo esta forma concreta de su término, no quedan en la cantidad como tal determinaciones que no se hayan manifestado ya y cuya existencia debamos correspondientemente demostrar mediante nuestra

---

$$y = \left(\frac{x+1}{x}\right)^{xz}$$

La unidad ya aparece aquí con su término puesto en la multiplicidad y viceversa, mientras que tanto la unidad como la multiplicidad se relacionan recíprocamente como el otro de sí mismo. Esta relación se desarrolla como monto en el cúmulo de los momentos en que la relación de la multiplicidad consigo misma (puesta por tanto como unidad) se despliega en el grado de la unidad (puesta por lo tanto como multiplicidad), con respecto al despliegue de la unidad como la multiplicidad que tiene su término en la unidad misma:

$$\left(\frac{x+1}{x}\right)^{xz} = z^0 + \frac{z^1}{1!} + \frac{z^2}{2!} + \cdots + \frac{z^x}{x!}$$

Aun a este monto le falta la necesidad de su término. Esta necesidad esta puesta en la unidad, pero la unidad tiene la necesidad de su término puesto en su relación de identidad con la multiplicidad. Luego, como ella misma es el término de la multiplicidad, la unidad es incapaz de alcanzar su propio término.

representación. El afirmarse del número (específicamente del entero, aunque no vamos a desplegarlo aquí) es, así, la forma concreta general más desarrollada de la representación de la determinación cuantitativa. La exterioridad que esta determinación alcanza al ser representada como número, agota a la apropiación ideal de la necesidad general de éste (el número y las relaciones puramente numéricas) con sólo *mostrar* su manifestación misma.

Comenzamos nuestra representación de la diferencia que se afirma como indiferencia a partir de la exterioridad de esta determinación, dado que necesariamente se presenta como una determinación realizada. Hemos alcanzado ahora su exterioridad completa, no como ésta se nos presenta, sino como una exterioridad cuya necesidad conocemos a través de nuestra representación lógica. La intuición del número es el punto de partida de los procesos individual e histórico de adquisición de la capacidad para representar la determinación cuantitativa real. El desarrollo de estos procesos toma forma ahora en la superación de toda fundamentación intuitiva por el pleno desarrollo de la representación lógica del número.

8.4 Crítica del análisis matemático

En su curso, la lógica formal llega a la representación de la determinación del cuanto como clase. Sin embargo, ya ha vaciado a la clase de su especificidad cuantitativa y, al mismo tiempo, reducido esta especificidad a la extensividad. Luego, la lógica formal no encuentra modo de continuar con el desarrollo lógico de la relación entre intensividad y extensividad. No puede llevar esta relación a su término en la identidad de la unidad y la multiplicidad como número. De modo que pone fin al curso lógico, representando al número simplemente como una clase especial más, mediante la definición de Frege. Pero, al hacerlo, se encuentra con la brecha aún abierta dentro del conocimiento real de estas dos formas de la determinación cuantitativa. Al haber saltado hasta el final de la representación matemática, a la lógica formal no le queda cómo llenar esta brecha sino es siguiendo un camino formalmente opuesto al desarrollo lógico. Esto es, procede a representar las formas abstractas del cuanto por las relaciones de medida de sus formas concretas, a partir de éstas en tanto números. Este desarrollo se asemeja formalmente al que procede después del lógico, para medir el cuanto de cualquier forma abstracta cualitativamente determinada. Sólo que aquí se trata de representar la forma abstracta en tanto tal, no de medirla. Al forzar el camino invertido en lo que es el terreno de la lógica, la lógica formal empieza por cambiar su nombre por el de *análisis matemático*.

No es tarea sencilla descubrir las formas que toma la identidad entre la unidad y la multiplicidad en su desarrollo, siguiendo este camino invertido y sin contar con la guía deductiva provista por la lógica. Así y todo, no es nada comparada con el intento de descubrir la necesidad real que se despliega en este desarrollo. De hecho, debido a su forma misma, semejante proceder es impotente para producir este último descubrimiento. ¿Sobre qué base puede entonces el análisis matemático proclamar que lo ha logrado?

Recordemos que, con la reducción de la especificidad cualitativa de la cantidad a la extensividad, esta especificidad sólo puede ser vista como tal al encontrarla desplegada como extensividad realizada. Bajo esta forma concreta, la determinación cuantitativa aparece teniendo sólo la necesidad del simple cúmulo y, por lo tanto, falto en sí de la necesidad de su propio término. Así aislada, la realización de la extensividad de una clase aparece no teniendo más término general que el progreso al abstracto infinito aparente. Obviamente, la realización de la determinación cualitativa no tiene más lugar para manifestarse, sino su término. La cualidad propia de la cantidad es su capacidad para ir más allá de su término, aumentar o disminuir en el cuanto de la magnitud, sin por ello trascender de sí como tal. Sin embargo, en el abstracto infinito aparente, el cuanto de la magnitud mismo aparece como indiferente a su incremento o decremento, apareciendo así como su propia negación, como no siendo cuanto alguno. Como tal negación de sí mismo, el cuanto realizado aparece como la pura cualidad de su propia determinación. Con su visión constreñida de este modo, el análisis matemático proyecta las relaciones que corresponden a la inmediatez del cuanto realizado, o sea, al número, al abstracto infinito aparente. Una vez allí, toma a estas relaciones como representaciones genuinas del desarrollo cualitativo del cuanto. Este es el verdadero secreto de la matemática que empieza con la representación del número como una clase, sigue con las relaciones entre *magnitudes transfinitas*, y termina representando a la realización de la relación de la unidad consigo misma en el grado de la multiplicidad como el *límite* del cociente incremental entre variables.

Semejante matemática no puede sino violar su propia coherencia lógica a cada paso que da. Como no es suficientemente autocrítica para empezar de nuevo mediante el reconocimiento de la especificidad de su objeto, acepta sus incoherencias, en el mejor de los casos, como paradojas irresolubles; en el peor, como verdades lógicas obvias. El camino invertido se abre apenas se dejan atrás irresueltas las paradojas que surgen de considerar que las subclases están determinadas por formas específicas de la cualidad de la clase y, de aquí, que una clase puede incluirse a sí misma entre sus subclases. A la inversa, cuando tomamos a la clase como específicamente propia de la representación de la determinación cuantitativa, la relación entre la clase y sus subclases no involucra diferencia alguna en la cualidad misma representada como intensividad, sino la realización de la extensividad de la clase que así determina a sus subclases. Es por ello que estas paradojas sólo pueden surgir, y son irresolubles, en la lógica formal.

Viene a continuación la representación por Cantor de la cualidad del cuanto desarrollada en la relación recíproca entre la unidad y la multiplicidad, $y = zx$, como una diferencia en la cardinalidad de los abstractos infinitos aparentes (tomados así como si hubieran alcanzado su término). Para hacerlo, Cantor debe dar por completado un despliegue que no lleva ni en sí mismo como tal, ni en cada uno de sus elementos, la necesidad de su propio término y que, por lo tanto, no puede ser nunca completado en ninguno de los dos sentidos. Cuando se lo fuerza en la representación mediante el axioma de la elección de Zermelo, esta incoherencia lógica se manifiesta en la inevitable independencia de este axioma respecto de las reglas constructivas lógicamente deducidas.

Por último, la realización de la cualidad del cuanto desarrollada en la relación de la unidad consigo misma en el grado de la multiplicidad, $y' = z\,x^{z-1}$, resulta representada como el límite del cociente incremental entre variables. De acuerdo con Weierstrass, la variación que constituye el eje de esta representación corresponde a un número finito positivo que se encuentra definido como menor a cualquier número finito positivo. Así, este número se encuentra cualitativamente definido como teniendo su término más allá de cualquier número finito positivo y, por lo tanto, como no siendo ningún término en sí mismo. Pero la cualidad específica de los números finitos es ser el término completamente realizado de un cuanto. Luego, el número postulado debe ser, y al mismo tiempo no ser, un cuanto terminado. Algo que la lógica formal es la primera en llamar una contradicción en los términos.

La completa exterioridad que la determinación cuantitativa alcanza cuando se la representa como número permite la representación de cualquier relación, sea cual sea su contenido, como una relación entre números. A su vez, esta numeración vacía de su contenido a la relación así representada. La lógica formal asigna al número la exterioridad incompletamente desarrollada inherente a la clase.[3] En consecuencia, no puede ver que al numerar una relación se la priva hasta de llevar en sí su propia cualidad siquiera como un atributo externamente puesto en ella. Por su parte, no hay contenido de necesidad que reste en una relación después de haber comenzado por reducir toda determinación a la apariencia de la determinación cuantitativa (es decir, a la abstracta afirmación inmediata), como no sea la exterioridad que caracteriza a la clase. Sobre la base de estas apariencias, Gödel desarrolla su teorema acerca de la incompletitud de los sistemas axiomáticos. Empieza por formular una relación no sólo ajena a la representación de la determinación cuantitativa, sino que adecuadamente

3. La relación más exterior de la clase consigo misma tiene aún lugar al interior de ésta:

$$Q^A \cup Q^A = Q^A$$

Por el contrario, la exterioridad del número respecto de su propia determinación es completa:

$$N + N = 2N$$

especificada implica una contradicción en los propios términos. Amparado en la aparente ausencia de contenido producida por la numeración de las relaciones lógicas, Gödel introduce esta especificidad contradictoria sin tener que admitirla como una violación a la coherencia tautológica. Restablece luego el contenido autocontradictorio, presentándolo como si hubiera emergido como tal de la manipulación misma de relaciones puramente numéricas. Como este contenido toma cuerpo en su forma sintáctica misma, «no es demostrable», la lógica formal no encuentra otro modo de evitar el enigma irresoluble que ella mima se ha planteado, como no sea el de declarar a esta forma como lógica, pero no demostrable. En realidad, Gödel acaba por representar como una limitación inherente a la lógica misma, lo que es la manera lógicamente necesaria de apropiar las relaciones puramente numéricas: como no queda en ellas relación alguna a demostrar, se las conoce completamente con sólo mostrarlas.

La capacidad de la matemática para apropiar idealmente la determinación cuantitativa real es la única fuente de su potencia práctica. Hoy día, la renovación de esta potencia práctica comienza con el reconocimiento de la especificidad de la determinación cuantitativa y, por lo tanto, con el reconocimiento de la correspondiente especificidad formal de su proceso de conocimiento.

8.5 El desarrollo más simple de la materia en su determinación de cantidad: tiempo, espacio, universo, movimiento

La cantidad es la forma concreta en que la materia se afirma mediante la negación de la propia negación, realizada en la unidad de la continuidad y la discontinuidad. A su vez, la materia cuantitativamente determinada avanza en este afirmarse, negando al cuanto de su magnitud como su simple término. Se determina así como cantidad de materia que se engendra a sí misma. Ante todo, este autorreproducirse de la materia en el afirmarse mediante la propia negación es un puro *salir* (*diferenciarse*) *de sí*; por lo tanto, la negación de toda relación consigo mismo. En la forma más general de este desarrollo, la materia se determina como *tiempo*. La multiplicidad resulta aquí impotente para entrar como una determinación cualitativa de la relación de la unidad consigo misma en las relaciones matemáticas que usamos para representar los cuantos correspondientes, sólo cabiendo allí como multiplicidad realizada.

Sin embargo, este salir de sí, no hace sino reproducir a la cantidad de materia como tal. Es un *volver a* (*indiferenciarse de*) *sí*, y por lo tanto, la afirmación de una relación consigo mismo. Al negar así la negación de la necesidad de su propio término, el tiempo toma su forma concreta de *espacio*. En primer lugar, este es un salir de sí que ha devenido un volver a sí *en potencia*. Esta especificación del espacio es lo que la teoría científica contemporánea (que da la forma misma de los fenómenos por su causa) representa principalmente como la *interacción fuerte*. A partir de relaciones que no involucran a la multiplicidad como grado, nuestro proceso de conocimiento debe desarrollar ahora relaciones que representen a la relación de la unidad consigo misma en el grado de la multiplicidad, como pura *posibilidad*. Como el grado aquí involucrado corresponde a la cualidad de salir de sí que es un volver a sí, se cierra sobre sí mismo con sólo alcanzar su forma más simple, el segundo grado.[4] Cuando el volver a sí posible determina a la realización de este mismo volver, su cuanto abandona su forma más simple, para tomar su así llamada forma caótica.

Al realizar su relacionarse consigo mismo potencial, el salir de sí actual deviene un igualmente *actual* volver a sí. Pero este volver a sí realizado no es sino el volver a la potencialidad de salir de sí. En consecuencia, su forma concreta aparece teniendo a la posibilidad de tornarse otra vez un salir de sí, como su propia potencia. Esta forma concreta del espacio es lo que la teoría científica contemporánea representa principalmente como la *interacción débil*; la realización de la nueva potencia, principalmente como la *interacción electromagnética*.

Por último, el salir de sí se agota en el volver a sí actual, deviniendo un *puro volver a sí*. Esta forma concreta del espacio es lo que la teoría científica contemporánea representa como la *interacción gravitacional*. El salir de sí sólo reaparece aquí en potencia, determinado como la pura necesidad de ser producido en tanto simplemente tal. Por lo tanto, todas las relaciones que representan a los correspondientes cuantos incluyen a la multiplicidad como un grado. Ahora bien, la necesidad a la que hemos arribado es la simplemente inherente, no como posibilidad sino como inmediata, a la cantidad como tal. Así, las formas cualitativamente determinadas (por lo tanto, la *materia*, no en sentido newtoniano sino en el sentido de la forma más simple de la existencia de lo concreto) tienen su determinación cuantitativa general desarrollada como la realización de la necesidad del tiempo mediante su aniquilación en su forma concreta de espacio, la cual tiene por necesidad que le es propia, su aniquilación en el tiempo. En esta unidad, la materia toma su forma cuantitativa concreta de *universo*.

---

4. El salir más allá del término que es un volver a sí y, por ello, necesidad renovada de salir de sí, tiene por expresión más simple de su propio término al cúmulo:

$$y^2 = x^2 + z^2$$

La extensión del cúmulo más allá de esta forma no es sino su tornarse el punto de partida mismo del autoengendrarse y, por lo tanto, el volver sobre sí mismo que vuelve sobre sí mismo. La extensión del grado más allá del más simple no tiene como superar su condición de abstracta potencialidad. Esta negación a su posibilidad de realizarse, es decir, de ser término del autoengendrarse del cuanto, se manifiesta de inmediato en la incapacidad de los elementos de la relación de mayor grado para conservar entera la cualidad específica de su propia determinación.

Para representar el cuanto de las formas concretas del universo, comenzamos por representar los momentos concretos en los cuales se despliega su necesidad, como una abstracta negación de toda relación, como la unicidad de los *puntos espaciales*. Representamos a la negación de esta negación como la abstracta relación entre estos puntos espaciales, o sea, el *vacío*. Luego, representamos a esta negación como la identidad consigo mismos de esos puntos que igualmente es la completa negación de esta identidad; lo que, visto de manera exterior, es el estar y no estar en el mismo lugar y, por lo tanto, en el mismo tiempo, a saber, el *movimiento*.[5]

5. Al principio, la unidad se conservaba como tal en la realización de la relación consigo misma en el grado de la multiplicidad cuando ella determinaba también este segundo momento: $1 = 1'$
Ahora, alcanzada su identidad con la multiplicidad en el autoengendrarse de la cantidad, la unidad nos queda representada como la negación de:

1. la relación de la unidad consigo misma en el grado de la multiplicidad en que ésta se niega como potencia en su realización misma, como realizada,

$$y' = \left(\frac{x+1}{x}\right)^{xz}$$

   y puesta la determinación misma de esta relación por la unidad como realizada, $y' = e^z$ cuya simple cualidad (z) se encuentra determinada por la relación de recíproca unidad y multiplicidad de:
2. la negación de la relación consigo misma en el grado de la multiplicidad correspondiente al salir de sí que es un inmediato volver a sí, de la negación de la unidad, como realizada,

$$i = \sqrt{-1}$$

   y
3. la afirmación de la relación consigo misma en el grado de la multiplicidad correspondiente al salir de sí que es un inmediato volver a sí, de la unidad en el cúmulo del autoengendrarse de la cantidad, como realizada, π.

Esto es:

$$1 = -e^{i\pi}$$